Laserphysik

WS 2018/19 **3 . Übung** **13.11.2018**

Aufgabe 1

Ein Gauß-Bündel (Wellenlänge $\lambda = 632.8$ nm, Taillenradius $w_0 = 2$ mm) trifft in seiner Strahltaille auf eine dünne, sphärische Sammellinse mit dem Brechnungsindex $n = 1.5$ und den Krümmungsradien $R_1 = R_2 = 300$ mm. Wie groß ist der Taillenradius im Fokus hinter der Linse ?

Aufgabe 2

Gegeben sei ein Hohlspiegelresonator mit Spiegeln (Reflexionsgrad: 100%), deren Krümmungsradien $R_1 = 5$ m und $R_2 = 2$ m betragen, im Abstand L voneinander. Die Lichtfrequenz beträgt $\nu = 400$ THz.

a) Diskutieren Sie das Stabilitätsdiagram des Resonators für Gauß-Bündel in der TEM_{00} Mode. Wo befindet sich die Strahltaille im Resonator für $L = 1$ m ?

b) Eigentlich ist das elektromagnetische Feld ein Vektorfeld, charakterisiert durch die Felder $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$. Verwenden Sie den auf der Rückseite dieses Übungsblatts dargestellten Formalismus, um $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ in der Strahltaille für eine stehende TEM_{00}-Welle mit dem Energieinhalt von $W = 1$ J zu berechnen.

c) Welche Phasenbeziehung besteht zwischen den Feldern auf der Strahlachse $\vec{E}(x = 0, y = 0, z, t)$ und $\vec{B}(x = 0, y = 0, z, t)$ in der Strahltaille und auf den Metallspiegeln ?

d) Gibt es auch longitudinale Komponenten der Felder, d.h. $E_z(r, t) \neq 0$ oder $B_z(r, t) \neq 0$? Wenn ja, wo findet man diese im Raum ?

e) Was ändert sich qualitativ für die Felder $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ in der Strahltaille für eine stehende TEM_{01}-Welle ?

Formalismus aus:
L. W. Davis, Theory of electromagnetic beams, Phys. Rev. A **19**, 1177 (1979).

II. DEVELOPMENT OF FORMALISM

Consider an electromagnetic field which, using complex notation, varies as $\exp(i\omega t)$. In the Lorenz gauge the vector potential obeys the inhomogeneous wave equation

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\,\vec{J}, \tag{1}$$

where $k = 2\pi/\lambda$. Since the scalar potential is given in terms of the vector potential via the Lorenz condition,

$$\Phi = \frac{i}{k}\,\nabla\vec{A}, \tag{2}$$

the fields $\vec{B}$ and $\vec{E}$ may be expressed in terms of $\vec{A}$ alone. We have

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{3}$$

$$\vec{E} = -\nabla\Phi - ik\vec{A} = -\frac{i}{k}\,\nabla(\nabla\cdot\vec{A}) - ik\,\vec{A} \tag{4}$$

To describe a paraxial beam, we assume $\vec{A}$ is polarized in the transverse direction. Use a Cartesian coordinate system where $\vec{A}$ is oriented along the x axis and the beam propagates along the z axis. Then Eq. (1) reduces in empty space to the scalar relation

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0. \tag{5}$$

Anmerkung: Die Gleichungen verwenden das cgs-Maßsystem.