Laserphysik

WS 2018/19 **4 . Übung** **20.11.2018**

Aufgabe 1

Lösen Sie zur Beschreibung der Wechselwirkung von Licht mit einem Zweiniveausystem das Gleichungssystem

$$
\begin{aligned}
i\hbar \frac{\mathrm{dc}_1}{\mathrm{dt}} &= -\, d_{12}\, E(t)\, \exp(-i\Omega t)\, c_2 \\
i\hbar \frac{\mathrm{dc}_2}{\mathrm{dt}} &= -\, d_{12}\, E(t)\, \exp(+i\Omega t)\, c_1
\end{aligned}
$$

mit dem Übergangsdipolmatrixelement d_{12} und der Übergangsfrequenz $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ für ein resonantes Lichtfeld ($\omega = \Omega$)

$$E(t) \;=\; E_0\, \cos(\omega t) \tag{1}$$

unter Vernachlässigung von Termen, die mit der doppelten Lichtfrequenz oszillieren. Die Anfangsbedingung sei $c_1 = 1$ und $c_2 = 0$ (System im Grundzustand).

a) Skizzieren Sie die zeitabhängigen Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände und interpretieren Sie das Ergebnis.

b) Unter welcher Bedingung ist die Vernachlässigung der schnell oszillierenden Terme richtig?

Aufgabe 2

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom, das sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der kohärenten Überlagerung

$$|\,\Psi\,\rangle \;=\; \frac{|\,1s\,\rangle + |\,2p_z\,\rangle}{\sqrt{2}}$$

befindet. Die explizite Form der Wellenfunktionen ist in Lehrbüchern der Quantenmechanik gegeben.

a) Wie entwickelt sich dieser Zustand im Zeitbereich $t > 0$? Betrachten Sie die zeitabhängige Schrödingergleichung für das Wasserstoffatom.

b) Welches elektrische Dipolmoment $d(t)$ hat dieser Zustand als Funktion der Zeit?

c) Welche räumliche Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$ und Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}, t)$ hat dieser Zustand als Funktion der Zeit?

d) Integrieren Sie $\vec{j}(\vec{r}, t)$ über Raum und Zeit und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem der Teilaufgabe b).

Aufgabe 3

Das zeitabhängige elektrische Feld eines Lichtimpulses sei über

$$E(t) \;=\; \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, \exp(i\omega t)\, \mathrm{d}\omega$$

mit

$$F(\omega) \;=\; \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega}\right)^2\right] \;+\; \exp\left[-\left(\frac{\omega + \omega_0}{\Delta\omega}\right)^2\right]$$

gegeben.

a) Berechnen Sie $E(t)$ und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf.

b) Wie groß ist die volle zeitliche Halbwertsbreite der Intensitätseinhüllenden $I(t)$ des Impulses? Wie hängt sie mit der spektralen Halbwertsbreite von $|F(\omega)|^2$ zusammen?

c) Ein Lichtimpuls hat eine Dauer von 50 fs (volle Halbwertsbreite von I(t)). Wie breit ist sein Spektrum? Geben Sie die spektrale Breite sowohl in $\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$ als auch in Wellenzahlen cm^{-1} an.